

Момент импульса электромагнитной волны: о законе сохранения углового момента при взаимодействии волны с зарядами

д.ф.-м.н. Зотьев Д.Б.

Аннотация

В статье [1] рассматриваются электрические заряды, врачающиеся под действием эллиптически поляризованной, плоской волны. По мнению автора эта волна не может передать свой угловой момент зарядам, поскольку поток углового момента в направлении волнового вектора равен нулю. При этом сохранение момента импульса обеспечивает угловым моментом поля, излученного зарядами, т.е., дифракция. На этой основе было предложено новое объяснение эффекта Садовского, как граничного эффекта. В частности, по другому объясняется механизм передачи углового момента от поляризованного лазерного луча в плазму. Как показано в настоящей статье, эти идеи являются ошибочными. Нет никаких причин для пересмотра обычных представлений о взаимодействии поляризованных волн с зарядами.

В [1] было дано новое теоретическое объяснение механизма передачи углового момента от эллиптически поляризованной волны в систему заряженных частиц с дипольным моментом \mathbf{d} , которая называется диполем. Как сказано в §6 [1], при взаимодействии с поляризованной электромагнитной волной диполю может передаваться момент импульса, но не из падающей волны. Для обоснования этого автор верно утверждает, что в плоской волне поток момента импульса в направлении \mathbf{k} равен нулю ($g_{xx} = 0$). Как сказано в §1 [1], угловой момент дифрагировавшей волны обеспечивает сохранение момента импульса. Согласно §7 [1], излученная диполем волна уносит равный момент импульса противоположного знака, чем у диполя. Таким образом, автор отрицает факт передачи углового момента от поляризованной волны электрическим зарядам, врачающимся под ее воздействием. Эта ложная идея

проходит через всю работу [1] и приводит к новым объяснениям хорошо известных эффектов, связанных с именем Садовского.

Поток x -компоненты углового момента называется просто x -потоком. Рассмотрим эллиптически поляризованную волну $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(ikx - i\omega t)$. Нас интересует ее x -поток через область между плоскостями $x = \pm L$, где $L \rightarrow +\infty$ (§6 [1]). В начале координат помещен диполь $\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 \exp(-i\omega t)$, который вращается под действием этой волны. По мнению автора, поскольку $g_{xx} = 0$, то в эту область не втекает и не вытекает x -компоненты углового момента. Однако, при вычислении «баланса» углового момента необходимо было принять во внимание x -поток через границы бесконечно малых окрестностей зарядов, составляющих диполь. Для квазистатического поля этих зарядов и поля падающей волны, рассматриваемых по отдельности, x -потоки равны нулю. Но x -поток их суперпозиции отличен от нуля, потому что $g_{\delta\gamma}$ нелинейно зависит от компонент поля (11) [1].

Рассмотрим одиночный заряд q , помещенный в точку \mathbf{r}_0 . Ниже индексы w и s указывают на поле волны и квазистатическое поле заряда соответственно. Угловой момент волны, излученной этим зарядом, пренебрежимо мал (см. ниже). Принимая во внимание, что $\mathbf{H}_s = 0$, $(\mathbf{H}_w)_x = (\mathbf{E}_w)_x = 0$ и $[\mathbf{r}, \mathbf{E}_s]d\mathbf{n} = [\mathbf{E}_s, d\mathbf{n}]\mathbf{r} = 0$, вычисление общего x -потока через бесконечно-малую сферу с центром \mathbf{r}_0 приведет к

$$\int \mathbf{g}_x d\mathbf{n} = \frac{1}{4\pi} [\mathbf{r}_0, \mathbf{E}_w]_x \cdot \int \mathbf{E}_s d\mathbf{n} + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{E}_w)_x \cdot \int [\mathbf{r}, \mathbf{E}_s] d\mathbf{n} = [\mathbf{r}_0, q\mathbf{E}_w]_x$$

где $\mathbf{g}_x = (g_{xx}, g_{xy}, g_{xz}) = (g_{11}, g_{12}, g_{13})$ и $g_{\delta\gamma}$ определено в (11) [1], $\mathbf{r} \approx \mathbf{r}_0$. Справа стоит момент силы, действующей на заряд. Это доказательство может быть легко расширено на случай нескольких зарядов. Таким образом, вопреки тому, что утверждается в [1], поляризованная волна передает угловой момент каждой заряженной частице, которая вращается под действием этой волны.

Чтобы объяснить факт сохранения углового момента автор пытался доказать, что диполь излучает волну с угловым моментом, который равен его моменту импульса и направлен противоположно (§6 [1]). С этой целью, как утверждается, методом стационарной фазы был вычислен интеграл (21) [1]. Не ясно, как применялся этот метод. При вычислении интеграла (21) [1], единственный разумный способ использования метода стационарной фазы предполагает переход к цилиндрическим координатам x, r, φ . Рассмотрим случай, когда падающая волна является линейно поляризованной. Поскольку векторы \mathbf{E} и \mathbf{d} не вращаются, их можно рассматривать, как вещественные (с нулевой мнимой частью). Пусть угол между \mathbf{E} и \mathbf{d} постоянен и равен $\alpha \in (0; \pi/2)$. Такая ориентация диполя могла бы быть легко осуществлена при

использовании микроволн. Принимая во внимание, что $\mathbf{d}_0 = \mathbf{d}_0^*$ ортогонален оси x , из (21) [1] получается:

$$G_{xx} = \operatorname{Re} \left(\frac{d_0 E_0 k^2 \sin \alpha}{8} \cdot e^{ikx} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{r^3}{r^2 + x^2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}} + 1 \right) e^{-ik\sqrt{x^2 + r^2}} \cdot dr \right) \quad x = \pm L.$$

Согласно (1.4.3) [2], имеет место следующая асимптотическая формула:

$$G_{xx} = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^N \frac{1}{(ik)^{n+1}} \left(e^{ikS(r)} \left(\frac{1}{S'(r)} \frac{d}{dr} \right)^n \frac{\varphi(r)}{S'(r)} \right) \Big|_{r=a}^{r=b} + \left(\frac{1}{k^{N+1}} \right) \quad \text{при } k \rightarrow \infty \quad (1)$$

$$S(r) = -\sqrt{x^2 + r^2} \quad \varphi(r) = \frac{r^3}{r^2 + x^2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}} + 1 \right).$$

В рассматриваемом случае $N \geq 1$ может быть произвольным. Следующие формулы проверяются непосредственно:

$$\lim_{r \rightarrow +0} \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = 0 \quad \lim_{r \rightarrow +0} \frac{1}{S'(r)} \frac{d}{dr} \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = 2 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}} + 1 \right) \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = \infty \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{1}{S'(r)} \frac{d}{dr} \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = 1 \quad (3)$$

Единственный комментарий по поводу применения метода стационарной фазы дан выше (22) [1]: «вычисление вклада от точки \mathbf{R}_\perp в которой $\partial \mathbf{R} / \partial \mathbf{R}_\perp = 0$ дает...». Здесь подразумевается точка $\mathbf{R}_\perp = 0$ где $r = 0$, потому что $\mathbf{R}_\perp = (0, y, z)$. Легко проверить, что (22) [1] получается из (1) и (2), ЕСЛИ проигнорировано (3). Это соответствует сказанному выше о вкладе от точки $r = 0$. Однако, как видно, точка $r = +\infty$ была проигнорирована. Это странно, потому что формула (1) использует две концевые точки a, b . Очевидно, автор посчитал, что

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} e^{ikS(r)} \cdot \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} e^{ikS(r)} \cdot \frac{1}{S'(r)} \frac{d}{dr} \frac{\varphi(r)}{S'(r)} = 0, \quad S(r) \sim -r \quad (4)$$

Как видно из (3), эти пределы вообще не существуют. Особенно бросается в глаза ошибочность первого предела (4). Присвоение нулевого значения второму пределу (4) выглядит чуть более разумно, но также является ошибкой. Усреднение по времени, заявленное перед (21) [1], не предполагает усреднение по r . Таким образом, метод стационарной фазы неприменим для вычисления (21) [1], и центральный результат (22) [1] является необоснованным.

Легко видеть, что (22) [1] неверно. Поскольку диполь рассеивает падающую волну во всех направлениях, x -поток дифрагировавшей волны течет не только через плоскость $x = L$, но также и через плоскость $x = -L$. Это является достаточным объяснением того факта, что (22) [1] ошибочно. Но нетрудно получить прямое опровержение.

Рассмотрим формулу из §75 [3], которая описывает реакцию излучения:

$$\dot{\mathbf{M}} = \frac{2}{3c^3} [\mathbf{d}, \ddot{\mathbf{d}}].$$

Слева стоит момент реактивной силы \mathbf{T}_R , который мы собираемся сравнить с *начальным* моментом $\mathbf{T}_E = [\mathbf{d}, \mathbf{E}]$ силы, с которой действует на диполь поляризованная волна $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(ikx - i\omega t)$. Для одиночного электрона центростремительная сила $t\omega^2 r$, очевидно, имеет порядок начальной тангенциальной силы eE_τ , где t масса электрона. Принимая во внимание, что $\mathbf{d} = \mathbf{r}e$, $|\ddot{\mathbf{d}}| = re\omega^3$ и $T_E \sim reE_0$ мы получаем:

$$\frac{T_R}{T_E} \sim \frac{2\omega e^2}{3mc^3} = \frac{4\pi e^2}{3mc^2\lambda}. \quad (5)$$

Отношение угловых моментов, очевидно, имеет тот же порядок. Здесь мы рассматриваем момент импульса волны, которая была излучена за время, пока электрон разгонялся до угловой скорости ω . Значение (5) имеет порядок 10^{-8} и 10^{-5} когда $\lambda \sim 500$ и $\lambda \sim 1$ nm соответственно. Эти угловые моменты могли бы быть сравнимыми для γ -излучения, но тогда классическая модель становится неприменимой.

Таким образом, для эллиптически поляризованной волны в диапазоне от микроволн до рентгеновских лучей угловой момент волны, излученной электроном,пренебрежимо мал по сравнению с тем, который эта частица приобретает под действием падающей волны. Очевидно, вышесказанное также справедливо для произвольного диполя. Поэтому правильная картина процесса является следующей.

В течение *переходного процесса* x -компоненты углового момента «прошла в» заряды через их бесконечно малые окрестности (см. выше). Их общий момент импульса, в свою очередь, передался диполю. Дифрагировавшая, падающая волна унесла с собой ничтожный момент импульса. Поскольку рассматривается плоская волна, сохранение углового момента обеспечено вследствие бесконечного количества углового момента в области между плоскостями $x = \pm L$. Но поскольку любая реальная волна не является плоской, в действительности его сохранение обеспечивается x -потоком, текущим вблизи края волны в направлении оси x (там $g_{xx} \neq 0$). После завершения переходного процесса диполь будет оставаться в квазистатическом состоянии, когда его угловой момент *постоянный*. В этом состоянии он излучает волну с пренебрежимо малым x -потоком, который компенсируется x -потоком падающей волны. Но эти потоки на много порядков меньше по величине, чем во время переходного процесса.

Таким образом, в [1] была предложена ошибочная интерпретация эффекта взаимодействия эллиптически поляризованной волны с зарядами. Отсюда автор извлек

важные, но по большей части неверные последствия. Главное из них: «нельзя утверждать, что момент импульса, который передается телу, локализован в падающей на тело плоской волне» (§1 [1]). В соответствии с доказанным выше, угловой момент поляризованной волны в действительности «локализован», потому что он передается непосредственно заряду, помещенному в любую точку поперечного сечения волны (не только на краю). Вопреки тому, что утверждается в [1], это не связано с дифракцией.

В §8 [1] обсуждается передача крутящего момента от лазерного луча в твердую пластину. Утверждается, что если площадь пластины больше, чем сечение луча, его угловой момент передается только через край освещенной области («поверхностный эффект»). В §8 [1] представлены только конечные формулы (26), (27). Никаких вычислений, которые позволили бы проверить их, не дано. Вполне вероятно, что желаемые выражения для потока момента импульса были подобраны так, чтобы соответствовать уравнению (28) [1]. Как показано выше, угловой момент перетекает из волны в свободные электроны, и это происходит во всей освещенной области, а не только вблизи ее края. Ничего нового для физики в этом нет.

Далее в §8 [1], если площадь пластины мала по сравнению с сечением луча, x -поток сконцентрирован в дифракционной зоне (II и IV на рис. 1). Никакого доказательства этого (неявного) утверждения не дано. Оно ошибочно по тем же самим причинам. Соответственно, ошибочным является заключение в конце §8 [1]: «оказывается невозможным естественное определение плотности потока момента электромагнитного поля, как момента импульса, приобретаемого единичной площадкой при полном поглощении падающих на нее волн». Такое определение по-прежнему возможно.

В соответствии с §9 [1], передача углового момента от плоской волны в плазму является «поверхностным эффектом», который обусловлен их взаимодействием на краю заполняемой плазмой области. Это неверно, потому что такая передача происходит во всем сечении волны. Следовательно, все формулы в §§ 9,10 [1] должны быть критически проанализированы.

В заключение обсудим известное уравнение, связывающее потоки углового момента и энергии *циркулярно* поляризованной волны ((2) [1]). Формула $g_{xx} = \pm S_x / \omega$ неприменима для такой волны, если она ни с чем не взаимодействует (тогда $g_{xx} = 0$). Эта ситуация является умозрительной и потому не представляет интереса. Но при рассмотрении взаимодействия с зарядами иди другими телами, когда возникают x -

потоки из волны в эти тела, формула (2) [1] применима, как обычно. Элементарное доказательство этого факта дано в 15-4 [4]. Соответственно, для циркулярно поляризованной волны вектор Пойнтига \mathbf{S} и вектор \mathbf{M} потока углового момента связаны уравнением $\mathbf{M} = \pm \mathbf{S}/\omega$, если вычисляются потоки через границы тел или бесконечно малых сфер вокруг зарядов.

Список литературы

- [1] И.В. Соколов, Момент импульса электромагнитной волны, эффект Садовского и генерация магнитных полей в плазме // УМФ, том 161, № 10 (1991), стр. 175 – 190.
- [2] R. Vaillancourt, A.L. Smirnov, *Asymptotic Methods in Mechanics*, American Mathematical Soc. (1993).
- [3] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория поля*, М.: Физматгиз, 1960
- [4] Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сэндс, *Фейнмановские лекции по физике: Квантовая механика (II)*, М.: Мир (1965).

Отзыв о статье Д. Б. Зотьева «О законе сохранения момента импульса при взаимодействии волны с зарядами: критические замечания на одну статью в УФН»

Статья Д. Б. Зотьева содержит критику методической заметки И. В. Соколова «Момент импульса электромагнитной волны, эффект Садовского и генерация магнитных полей в плазме», опубликованной в УФН, т. 161, 175 (1991). Д. Б. Зотьев пишет, что Соколовым допущен ряд ошибок и «Поэтому предложенные объяснения эффекта Садовского являются надуманными и неверными.» (sic!)

И. В. Соколовым в форме парадокса поставлен вопрос о том, каким образом из плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны, имеющей нулевой момент импульса (угловой момент), угловой момент передается заряженной частице (в общем случае некой мишени). В качестве ответа на этот вопрос он привлекает излучение заряженной частицей электромагнитной волны с моментом импульса, обеспечивающим выполнение законов сохранения в системе взаимодействующих электромагнитного поля и заряженных частиц. Это очевидно в случае взаимодействия электрона с плоской волной, имеющей вид волнового пакета конечной длительности. В результате взаимодействия волна-частица электрон приобретает некоторый момент импульса. Уходящее на бесконечность электромагнитное излучение имеет вид суперпозиции исходного волнового пакета с нулевым моментом импульса и волны, излученной электроном. Последняя должна иметь момент импульса, требуемый законами сохранения. Такая качественная картина ни у кого не может вызывать сомнений в ее правильности. Детальное же количественное описание процесса взаимодействия и излучения на всех его этапах требует конкретизации электромагнитной конфигурации и может представлять существенные технические трудности.

На стр. 2 Д. Б. Зотьев выводит формулу, показывающую, как происходит обмен угловым моментом между волной и частицей, противопоставляя ее подходу Соколова. В действительности его результат отвечает описанию поля в ближней зоне. При последовательном анализе поля в ближней и волновой зоне не должно возникнуть никаких противоречий. Однако такой анализ не был проведен.

На стр. 4 Д. Б. Зотьев обсуждает влияние реакции излучения. Он делает вывод о пренебрежимой его малости для излучения с энергией фотонов (и с соответствующей частотой) ниже гамма диапазона. Приведенное уравнение не содержит внешней силы, действующей на электрон, поэтому оно неправильно, безотносительно к тому, имеет ли поставленный вопрос отношение к предмету критики. Поэтому ошибочен полученный критерий применимости приближения, когда можно пренебречь радиационным трением. Он должен содержать не только зависимость от длины волны излучения, но и амплитуду поля, чего в нем нет.

В конце статьи Д. Б. Зотьев кратко останавливается на интерпретации обратного эффекта Фарадея, которая используется И. В. Соколовым, и находит ее неадекватной. Я бы посоветовал Д. Б. Зотьеву прежде, чем отвергать требование конечности поперечных размеров волнового пучка, ознакомиться с обширной литературой, посвященной генерации магнитных полей в лазерной плазме, включая обратный эффект Фарадея, где такое требование является общим местом.

В свете всего выше сказанного я не могу рекомендовать статью Д. Б. Зотьева для публикации в УФН.

«Момент импульса электромагнитной волны: о законе сохранения углового момента при взаимодействии волны с зарядами»,

(статья была направлена в журнал УФН и отклонена на основании единственного отзыва)

РЕПЛИКА НА ОТЗЫВ РЕЦЕНЗЕНТА

Отзыв составлен из оценочных суждений, которыми рецензент прикрыл свое нежелание или неспособность оценить доводы статьи по существу.

1-й абзац содержит фразу, которой в тексте нет. Хотя она верна по существу, но где рецензент ее нашел? Может быть в первом варианте статьи, который впоследствии был заменен? В таком случае рецензент читал не актуальный текст. Разница между двумя вариантами связана с анализом ошибок Соколова в применении метода стационарной фазы, которых рецензент даже не коснулся (хотя бы в форме утверждения, что таких ошибок нет). Также в доработанном тексте появилось строгое доказательство того факта, что плоская волна все же передает момент импульса заряду (3-й абзац стр. 2). В первоначальном варианте дано качественное обоснование этого очевидного и **ключевого** факта, который рецензент не удостоил своим вниманием.

2-й абзац. Здесь рецензент голословно утверждает, что, поскольку плоская волна имеет нулевой момент импульса, то момент импульса заряда, вращающегося под ее воздействием, равен моменту импульса волны, излученной этим зарядом. В сущности рецензент повторяет центральный результат Соколова (который опровергается в моей статье), но не приводит **никаких** доводов в обоснование. Единственным его «аргументом» служит фраза: «*Такая качественная картина ни у кого не может вызвать сомнений в ее правильности*». В философских спорах, наверное, такого рода эмоциональные декларации могут быть приняты за источник истины. Но в данном случае, поскольку речь идет о физике, рецензент должен был для начала разобраться в сути спора.

А разобравшись, рецензент бы понял, что нулю равен не момент импульса волны, а **поток** момента импульса в продольном направлении. Момента импульса в области между двумя параллельными, поперечными плоскостями содержится бесконечно много (идеальная плоская волна). Именно из этой «кладовой» черпает свой угловой момент заряд, вращающийся под действием циркулярно поляризованной волны. Как именно это происходит – описано в моей статье (3-й абзац стр. 2). Если по вине редакции рецензент читал лишь первый ее вариант (см. выше), то и там это описано, но на качественном

уровне. Можно лишь удивляться тому, что математик вынужден объяснять столь очевидные факты титульным физикам, сталкиваясь с нежеланием журнала УМФ признавать собственные ошибки.

Рецензент также проигнорировал числовые оценки момента импульса волны, излученной вращающимся зарядом, которые убедительно доказывают, что он **ничтожен** по сравнению с моментом импульса заряда (соотношение (5)). Эти оценки, основанные на классической формуле для момента силы реакции излучения (из «Теория поля» Ландау-Лифшица), присутствуют в обоих вариантах статей. Рецензент не только не потрудился опровергнуть их своими оценками, но и, как показывает 4-й абзац, даже не пытался вникнуть в эти простые рассуждения. Таким образом, рецензент **уклонился** от предметного обсуждения моих аргументов. Это понятно, т.к. спорить с математикой трудней, чем «отливать в граните» оценочные суждения в стиле И.В. Соколова.

Последняя фраза во 2-м абзаце вызывает недоумение. Как это связано с попыткой Соколова выполнить такое количественное описание и моей критикой его вычислений по методу стационарной фазы? Очевидно, что отпиской о технических трудностях рецензент пытался прикрыть свое нежелание или неспособность высказаться об этом по существу

3-й абзац содержит надуманное возражение. Суть его сводится к тому, что Соколов считал момент импульса излученной волны в волновой зоне, а я оценивал его в ближней зоне (формула момента силы реакции излучения из Ландау-Лифшица). Рецензенту стоило бы знать о том, что при распространении волнового пакета в вакууме (предполагается в этих расчетах) момент импульса поля не меняется. Поэтому ритуальные разговоры о ближней и волновой зонах были придуманы для того, чтобы хоть что-то возразить, когда по существу не получается. Рецензент заявляет, что сравнение этих двух подходов не проводилось («*такой анализ не был проведен*»). Но я как раз сравнил свои оценки с расчетами Соколова, которые отличаются на много порядков. Рецензент просто **валяет дурака!**

4-й абзац. Здесь рецензент заявляет, что я не учитывал внешнюю силу и потому мои оценки неправильные. Он даже не посмотрел, как именно я получал оценку (5), или снова валяет дурака. Разумеется, что при вычислении момента силы реакции излучения я использовал внешнюю силу, т.к. с ее помощью найдена частота вращения электрона и, далее, третья производная от дипольного момента. Внешняя сила присутствует, например, в формуле $\vec{T}_E = [\vec{d}, \vec{E}]$ для крутящего момента, действующего на электрон, которую я использовал в своих оценках.

Итак, рецензент здесь написал **неправду**. Стоит отметить еще один трюк, который характерен для И.В. Соколова. Это – фраза: «*безотносительно к тому, имеет ли поставленный вопрос отношение к предмету критики*». Если рецензент считает, что не имеет отношения, то нужно было прямо об этом написать и обосновать свою точку зрения. А походя делиться сомнениями, не подкрепляя их аргументами, это – излюбленный фокус Соколова, рассчитанный на эмоциональное воздействие (формула: «правда или ложь, но осадок остался»).

5-й абзац. В первом варианте статьи, который только и видел рецензент, обратный эффект Фарадея упоминался в контексте утверждения о том, что передача углового момента от волны в плазму проходит во всем сечении лазерного луча. Разве это не так? Об этом рецензент не написал ни слова. Он снова показывает фокусы в стиле И.В. Соколова, цепляясь за второстепенные вопросы и уходя от главных. При этом рецензент **передергивает**, чванливо обвиняя меня в отрицании того факта, что обратный эффект Фарадея наблюдается при малом сечении лазерного пучка по сравнению с размером плазмы. Я ничего подобного нигде не утверждал!

Вполне очевидно, что циркулярно поляризованный луч большого размера не может вызвать обратный эффект Фарадея, ... если опыт происходит в установке типа токамака, где, видимо, чаще всего и наблюдался данный эффект. Понятно, что в большом объеме такой плазмы невозможно сгенерировать однородное магнитное поле, не нарушая ее устойчивость. Но все это не имеет никакого отношения к обсуждаемому вопросу! Рецензент просто морочит голову редакции.

Таким образом, этот отзыв не выдерживает критики. Очень похоже на то, что его написал сам И.В. Соколов. Такие «рецензенты» и такая редакционная политика – спасение «своих» любой ценой, **позорят** уважаемый журнал УФН.