Статья поступила в редакцию 12.09.12. Ред. рег. № 1753 The article has entered in publishing office 12.09.12. Ed. reg. No. 1753

УДК 535.12, 535.14

ОБ УСЛОВИЯХ РАСХОДИМОСТИ ФОТОННОГО ПУЧКА НИЖЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПРЕДЕЛА

Д.Б. Зотьев

Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский университет (МЭИ)» в г. Волжском
Пр. Ленина 69, г. Волжский, Волгоградская обл., 404110, Россия
Тел.: (8443) 21-01-60, e-mail: vfmei@vfmei.ru

Заключение совета рецензентов: 18.09.13 Заключение совета экспертов: 24.09.13 Принято к публикации: 30.09.13

В статье анализируется дифракционная парадигма применительно к вопросу распространения фотонного пучка в вакууме. Доказано, что принцип Гюйгенса – Френеля не вытекает из электродинамики и является дополнительным постулатом по отношению к ней. Показано, что при достаточно слабом рассеянии фотонов, эффективная расходимость лазерного пучка в вакууме может определяться только геометрией активной среды и быть ниже дифракционного предела.

Ключевые слова: дифракционная расходимость, рентгеновский лазер, принцип Гюйгенса – Френеля

ON CONDITIONS OF DIVERGENCE OF PHOTONIC BUNDLES BELOW DIFFRACTION LIMIT

D.B. Zot'ev

National Research University – Branch of Moscow Power Engineering Institute (MPEI) in Volzhsky
69 Lenin Ave., Volzhsky, Volgograd region, 404110, Russia
Tel.: +7 (8443) 21-01-60, fax: +7 (8443) 21-01-66, e-mail: vfmei@vfmei.ru

Referred: 18.09.13 Expertise: 24.09.13 Accepted: 30.09.13

The article analyzes diffraction paradigm in relation to the issue a photon beam propagation in vacuum. It is proved that the principle of Huygens-Fresnel does not follow from electrodynamics, being an additional postulate in relation to it. It is shown that for a sufficiently weak scattering of photons, the effective divergence of the laser beam in vacuum can be determined only by the geometry of the active medium and to be below the diffraction limit.

Keywords: diffractional divergence, X-ray laser, Huygens Fresnel principle.

Введение

Статья посвящена вопросу о расходимости фотонных пучков, излучаемых лазерами. Поток энергии на поверхности мишени, освещаемой лучом с расходимостью φ рад, обратно пропорционален φ^2. Уменьшая φ на порядок, можно на два порядка увеличить яркость при той же генерируемой мощности. Угол расходимости оценивается как

$$\varphi = D/nL, \tag{1}$$

где D – диаметр апертуры, L – длина активной среды, n – число проходов в процессе лазерного усиления пучка (зависит от прозрачности зеркала на выходе из резонатора). Дифракция накладывает дополнительное условие

$$\varphi \geq \lambda/D, \tag{2}$$

где λ – длина волны излучения. Неравенство (2) следует понимать как ограничение на порядок величины φ. При большом D (~ 0,5 м для оптического или инфракрасного лазера) дифракционный предел (2) не имеет существенного значения. Тогда увеличивая n, а также используя фокусирующие линзы или зеркала, расходимость можно понизить до $\varphi \sim 10^{-6}$. Судя по открытым сведениям об испытаниях, такие оценки достигались в газодинамических лазерах, которые разрабатывались в США для боевого применения с самолета Boeing-747.

Однако некоторые устройства работают в режиме однопроходного усилителя спонтанного излучения (ASE), так что n = 1. Сюда относятся рентгеновские лазеры [1], поскольку не существует зеркал, отражающих рентгеновские фотоны. Для таких излучателей снижение расходимости возможно только за счет уменьшения диаметра активной среды *D*. Фактически, для генерации в диапазоне волн 1–10 нм используется плазменный «цилиндр», который возбуждается нано или пико секундными импульсами сверхмощного лазера – оптического или на свободных электронах. Энергия, излучаемая в циклах таких лабораторных устройств, составляет ничтожные доли джоуля, поэтому они не имеют перспективы в качестве узконаправленных передатчиков энергии. В этом отношении лазеры на свободных электронах выглядят лучше. Однако огромное отношение массы к мощности никогда не позволит использовать такой генератор в космосе, а из-за рассеяния рентгеновских лучей в атмосфере он бесполезен на Земле (как передатчик энергии).

Среди различных концепций особое место занимает рентгеновский лазер с накачкой от ядерного взрыва (NEPXL – Nuclear Explosion Pumped X-ray Laser). Считается, что данная идея была подтверждена испытанием на полигоне в Неваде 11 ноября 1980, когда в ходе теста Dauphin на глубине 1306 метров было взорван ядерный заряд до 20 кТ. Крайне скудные данные эксперимента Dauphin никогда официально не подтверждались: ASE – излучение плазменных нитей, в которые превратились металлические струны, продолжалось ~1 нс при мощности ~100 ТВт на длине волны 1,4 нм. Единственным источником сведений об этом испытании является статья 1981 года, написанная журналисткой Кларенс Робинсон [2]. Спустя 16 лет косвенное свидетельство поступило от российских ученых из Челябинска-70. В статье [3] они сообщили, что в СССР проводились исследования рентгеновского лазера с ядерной накачкой, в ходе которых в 1987 были получены 20 кДж на волне 3,9 нм и 100 кДж на волне 2,8 нм. Хотя термин «ядерная накачка» не подразумевает использование ядерного взрыва, эти результаты аналогичны тем, которые были описаны в статье [2], а именно 130 кДж на волне 1,4 нм.

Однако в целом проект NEPXL, как базовый элемент ПРО, оказался провальным. Трудности такого рентгеновского лазера изложены, например, в статье [4], хотя есть и другие. Кроме известных политических причин начала 90-х, неудача с разработкой NEPXL побудила США отказаться от программы СОИ [5]. Видимо традиционный, т.е. рекомбинационный механизм инверсии, является тупиком на пути создания сверхмощного усилителя ASE, который способен решать боевые задачи. Альтернативой может быть K_∞-излучение, где инверсная населенность возникает за счет фотоэффекта на внутренних орбитах под действием квантов ~10 кэВ. Исследования в этом направлении ведутся [6], но опытные результаты далеки от того, что накачке ядерного взрыва необходимо на несколько наносекунд задержать процесс полной ионизации активной среды. Это непросто сделать, учитывая экстремальные физические условия в зоне рентгеновской диффузии – сразу после прекращения цепной реакции! Предположительно задача имеет решение, однако его обсуждение не является целью данной статьи. Принципиальной трудностью рентгеновского лазера является большая расходимость. Считается, что ее нельзя снизить до $\varphi \sim 10^{-5}$, а при расходимости $\varphi \sim 10^{-4}$ можно забыть об эффективной передаче энергии на сотни километров. Основным препятствием является дифракция, и в данной статье она обсуждается с фундаментальной точки зрения. Основной результат заключается в том, что при определенных условиях дифракционное ограничение (2) не оказывает *существенного* влияния на процесс передачи энергии рентгеновским лазером. При этом эффективный угол расходимости пучка фотонов может достигать $\varphi \sim 10^{-5}$ рад.

Принцип Гюйгенса – Френеля

Парадигма дифракции основана на принципе Гюйгенса – Френеля, согласно которому каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр возмущения, порождающего вторичные сферические волны. При этом в каждой точке пространства результирующее поле определяется интерференцией вторичных волн. Для краткости мы будем говорить о свете, допуская любые электромагнитные волны.

Справедливость принципа Гюйгенса – Френеля очевидна в ситуации, когда свет распространяется в рассеивающей среде (например, в стекле). Тогда атомы среды становятся источниками вторичных волн. Это отлично иллюстрирует классический опыт, поставленный Френелем. На стене в темной комнате он получил дифракционную картину с помощью *«весьма выпуклой линзы»*, в качестве которой «*использовал шарик меда, помещенный на небольшом отверстии, сделанном в медном листе*». В данном случае мед послужил средой, где распространяются и интерферируют вторичные световые волны. Однако **в вакууме** причина вторичных волн не так очевидна, как принято думать. Аналогия с волнами на воде восходит к эфирной гипотезе и является не вполне корректной. Дело в том, что поле, в котором возбуждаются колебания, приходит вместе с передним волновым фронтом. Однако предположим, что волна уже установилась в данной области пространства. Принцип Гюйгенса – Френеля основан на представлении электромагнитного поля в виде материальной среды, в которой распространяются колебания. Но, в сущности, мы ничего не знаем об этой гипотетической среде кроме того, что она взаимодействует с электрическими зарядами и удовлетворяет уравнениям Максвелла. Аналогично тому, как гравитационное поле определяется римановой геометрией пространства-времени, ничто не мешает нам считать электромагнитное поле структурой, которая обусловлена его симплектической геометрией (имеющей вырожденные особенности [7]). С этой точки представление о поле, как материальной среде, передающей свет по аналогии с волнами на воде, теряет под собой основу. Таким образом, доказательство принципа Гюйгенса – Френеля следует искать в уравнениях Максвелла. Если не покидать пределы классической теории, то больше найти его негде. Однако достаточно очевидные соображения, а также прямые вычисления позволяют сделать следующий вывод. Принцип Гюйгенса – Френеля не вытекает из уравнений Максвелла. Более того, он не адекватен процессу распространения электромагнитного поля в вакууме или слабо рассеивающей среде! В самом деле, попытаемся вычислить поле дипольного излучения, используя принцип Гюйгенса – Френеля.

Пусть

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{c^2 r}\left[\ddot{\vec{d}},\vec{n}\right] \qquad (3)$$

напряженность поля в точке с радиус-вектором $\vec{r}$ в некоторый момент времени t, где $\vec{d}$ – дипольный момент системы излучающих поле зарядов, расположенных вблизи начала координат. Вторая производная вычисляется при $t = 0$. Будем считать, что в момент t световая волна дошла до $\vec{r}$, т.е. $r = ct$. При произвольном $\tilde{t} > t$ найдем напряженность поля в точке $\vec{R}$, расположенной на переднем волновом фронте, так что радиус-векторы $\vec{R}$ и $\vec{r}$ направлены по одному лучу. Последнее означает, что $\vec{R}/\tilde{t}=\vec{r}/t$. В силу принципа Гюйгенса – Френеля, электромагнитное поле в точке $\vec{R}$ определяется суммой вторичных волн, излучаемых с поверхности переднего волнового фронта, проходящего через $\vec{r}$. Вследствие интерференции, с точностью до порядка величины $\vec{E}(\vec{r},t)$ можно ограничиться вторичными волнами, которые излучаются с диска D с центром в точке $\vec{r}$, имеющего радиус $\sqrt{\lambda(R-r)}$. Тогда из [8 (59.2)] следует, что

$$\vec{E}\left(\vec{R},\tilde{t}\right)=\frac{k}{2\pi}\iint_D \vec{E}(\vec{r}',t)\frac{\sin k\left|\vec{R}-\vec{r}'\right|}{\left|\vec{R}-\vec{r}'\right|}dS(\vec{r}')=$$

$$=\frac{k}{2\pi c^2 r^2}\iint_D \frac{\left[\ddot{\vec{d}},\vec{r}'\right]\sin k\left|\vec{R}-\vec{r}'\right|}{\left|\vec{R}-\vec{r}'\right|}dS(\vec{r}'). \qquad (4)$$

При этом ничто не мешает вычислить $\vec{E}\left(\vec{R},\tilde{t}\right)$, используя (3), откуда получим:

$$\vec{E}\left(\vec{R},\tilde{t}\right)=\frac{1}{c^2\tilde{r}r}\left[\ddot{\vec{d}},\vec{r}\right]. \qquad (5)$$

Нетрудно убедиться в том, что (5) не совпадает с (4) даже по порядку величин. В самом деле, если мы вычислим (4), приближено полагая $\vec{r}' = \vec{r}$ и $\left|\vec{R}-\vec{r}'\right| = R-r$, то в случае равенства порядков (4) и (5) получим, что $\left(\sin k(R-r)\right)/r \sim 1/R$.

Последнее неверно хотя бы из-за произвольности R. Таким образом, принцип Гюйгенса – Френеля и вытекающие из него вычисления приводят к неустранимому противоречию с теорией излучения поля, основанной на уравнениях Максвелла.

Строгим доказательством принципа Гюйгенса – Френеля считается так называемая скалярная теория Кирхгофа. Однако она подтверждает принцип только в том случае, когда его справедливость и так не вызывает сомнений. А именно – когда свет распространяется в рассеивающей среде! Согласно формуле Кирхгофа, если какая-то компонента поля имеет вид $Re\left(u(\vec{r})\bullet e^{-i\omega t}\right)$ с частотой ω = const, то ее комплексная амплитуда $u(\vec{r})$ выражается интегралом

$$u(\vec{r})=\frac{1}{2\pi}\iint_S\left(u(\vec{r}')\frac{\partial}{\partial\vec{n}}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}-\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{\partial u(\vec{r}')}{\partial\vec{n}}\right)dS(\vec{r}') \qquad (6)$$

по произвольной замкнутой поверхности S, окружающей точку с радиус-вектором $\vec{r}$. Если на бесконечности выполняются условия Зоммерфельда, а именно

$$\lim_{r\to\infty} ru(\vec{r})=0 \quad \text{и} \quad \lim_{r\to\infty} r\frac{\partial}{\partial r}u(\vec{r})=0, \qquad (7)$$

то поверхность S можно считать незамкнутой и натянутой на апертуру лазера, как пленка. Она может быть расположена где угодно на пути светового луча, если луч проходит сквозь «пленку» S на пути к точке $\vec{r}$. Тогда, пренебрегая величиной $\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|^{-2}$, из (6) получается принцип Гюйгенса – Френеля, если в качестве S выбрать передний волновой фронт в произвольный момент времени (положение фронта фиксировано).

Однако легко проверить, что условия (7) не выполняются в вакууме. В самом деле, пусть $\left|Re\left(u(\vec{r})\right)\right|^2$ – амплитуда напряженности электрической компоненты поля. Тогда модуль вектора Пойнтинга пропорционален $\left|Re\left(u(\vec{r})\right)\right|^2$. Очевидно, что поток энергии обратно пропорционален r^2. Следовательно, $\left|Re\left(u(\vec{r})\right)\right|$ обратно пропорционален r, что несовместимо с первым из условий (7).

Таким образом, по отношению к классической теории электромагнитного поля принцип Гюйгенса – Френеля является дополнительным *постулатом.* Возникает вопрос, в каких случаях он адекватен реальности и когда дает ошибочные прогнозы? Из приведенных выше рассуждений следует, что при распространении света в вакууме принцип Гюйгенса – Френеля не работает. Отсюда следует, что распространение света в пустоте *само по себе* не сопровождается дифракцией. Это, конечно, не означает, что не имеет места дифракция от краев отверстий, щелей, экранов и т.д., помещенных в вакуум. Однако источниками вторичных волн являются атомы вещества, а не «элементы» переднего волнового фронта.

Что касается стандартного свойства гауссовости лазерных пучков, то оно целиком обусловлено многократной дифракцией света от зеркал резонатора в процессе усиления. Это легко проверить, проследив за выводом соответствующих формул (например, в [9]). В случае рентгеновского лазера механизм формирования гауссовского пучка отсутствует.

Квантово-механическое обоснование

Квантово-механическим объяснением дифракции считается принцип неопределенности Гейзенберга, из которого формально получается оценка (2) для угла расходимости одиночного кванта. Однако применимость этого принципа к фотонам, видимо, также не находит оснований, если не принимать его в качестве постулата. В самом деле, доказательство принципа Гейзенберга существенно использует структуру функции $\Psi(x, y, z)$ как волнового пакета. Поэтому частица должна иметь представление Шредингера, в рамках которого $\Psi(x, y, z)$ возникает как представитель вектора состояния [10]. Но у фотона нет представления Шредингера, поэтому **нет** волновой функции указанного вида. Состояние кванта вполне определяется импульсом и поляризацией, декартовы координаты в этом не участвуют [9]. Таким образом, применительно к фотону стандартное доказательство принципа не работает. Это отлично понимал сам Гейзенберг, используя взамен отдачу атома при излучении фотона [11].

Если атом испускает квант с импульсом $\vec{p}$, то, согласно закону сохранения импульса, он должен приобрести импульс $-\vec{p}$. И если атом является частью активной среды (лазера) с диаметром D, то неопределенность $\Delta y \sim D$. По принципу Гейзенберга для атома $\Delta y \Delta p_y \sim D\Delta p_y \sim h$, откуда неопределенность угла, на который фотон отклоняется от оси луча:

$$\Delta\varphi = \Delta p_y / p \sim h/(Dp) = \lambda/D . \qquad (8)$$

Из этой оценки следует (2). Однако при описании событий, связанных с излучением фотона, неявно использована классическая механика. Ее применимость ограничена задачами, в которых частица проходит расстояния, значительно больше атомных размеров. При столкновении с гамма-квантом электрон может приобрести достаточную скорость, чтобы двигаться по классической траектории. Именно этим фактом обусловлена корректность описания эффекта Комптона в терминах классических законов сохранения импульса и энергии. Однако масса атома намного больше, чем у электрона, а энергия излучаемого фотона намного меньше, чем у гамма-кванта. Поэтому рассуждения, которые привели нас к (8), не соответствуют физической реальности. Данный факт, разумеется, не ускользнул от взгляда Гейзенберга, поэтому он приводит более аккуратное рассуждение, основанное на квантовой механике (стр. 68-70 [11]). Однако в нем все же имеет место ошибка! А именно предполагается, что в процессе излучения простейший атом (ядро + электрон) переходит из стационарного состояния с энергией E, которое одновременно является собственным состоянием $\vec{B}$ для операторов импульса P_x, P_y, P_z атома в целом, в аналогичное состояние E' и $\vec{B}'$. Однако операторы энергии атома H и его импульса P_x, P_y, P_z очевидно не коммутируют между собой, поскольку H зависит от координат электрона и ядра, через которые выражаются координаты центра масс атома (не коммутирующие с его импульсом). Поэтому общих собственных состояний энергии и трансляционного импульса у атома не существует. Таким образом, строгого доказательства принципа неопределенности для фотонов нет даже у Гейзенберга. Остается принять его как постулат, подобно принципу Гюйгенса – Френеля, но тогда возникает вопрос о границах применимости этого постулата.

В связи с этим следует заметить, что фотон – особенная частица, которая резко отличается от электронов, протонов, нейтронов и других, имеющих представление Шредингера. Как отмечалось выше, у фотона его нет. Поэтому не имеет смысла постановка вопроса о местонахождении кванта в каком-то определенном месте. Однако если задана поляризация фотона и импульс $\vec{p}$ однозначно определен с точностью Δp_x, Δp_y, Δp_z, то такой квант можно обнаружить в любой области поля, имеющей объем

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{h^3}{\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z}. \qquad (9)$$

Местоположение фотона нельзя определить более точно (стр. 329 [10]), однако отсюда не следует принцип неопределенности. В самом деле, число $\Delta p_x \Delta x$ может быть большим, а числа $\Delta p_y \Delta y$ и $\Delta p_z \Delta z$ – малыми по сравнению с константой Планка h. Неопределенность положения одиночного фотона, испущенного атомом активной среды (цилиндр с длиной L и диаметром D), будет такой, что $\Delta x = L$ и $\Delta y = \Delta z = D$. Рассматривая спонтанное излучение можно предположить, что $\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z = \varepsilon$ в силу равноправности направлений излучения. Тогда из (9) получим оценку неопределенности угла, на который фотон отклоняется от оси луча:

$$\Delta\varphi = \Delta p_y / p = \Delta p_z / p \sim (\lambda/D)\sqrt[3]{D/L} . \qquad (10)$$

Эта оценка отлична от дифракционного угла (8), получаемого из принципа неопределенности. Таким образом, в рамках квантовой механики дифракционная парадигма не находит надежного основания, если рассматривается движение фотонов в пустоте без рассеивания атомами вещества или электронами. Теперь нужно понять, что на самом деле происходит с фотонами в процессе лазерного усиления, если не учитывать рассеивание.

Рассмотрим одиночный фотон из пучка, генерируемого в плазменной среде длиной L и диаметром D. Пусть OX – продольная ось среды. Предположим, что фотон возникает в процессе излучения, индуцированного другим квантом, и в дальнейшем не испытывает рассеивания. Вектор состояния фотона $\left|P\right\rangle$ раскладывается по собственным векторам оператора Гамильтона. Поскольку в стационарном состоянии квант имеет определенный импульс $\vec{p}$, эти векторы являются собственными для операторов импульса p_x, p_y, p_z. Для сокращения формул поляризацию учитывать не будем. Тогда векторы вида $\left|p'_x p'_y p'_z\right\rangle$ образуют полный набор. Здесь используются обозначения Дирака: буквы для операторов, те же буквы со штрихами для их собственных значений и собственных векторов [10]. Считая базисные векторы представления и вектор $\left|P\right\rangle$ нормированными, получим:

$$\left|P\right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} c\left(p'_x p'_y p'_z\right)\bullet\left|p'_x p'_y p'_z\right\rangle dp'_x dp'_y dp'_z$$

и

$$\vec{p}_y = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} p'_y\bullet\left|c\left(p'_x p'_y p'_z\right)\right|^2 dp'_x dp'_y dp'_z, \qquad (11)$$

– среднее значение проекции импульса на ось Y в состоянии $\left|P\right\rangle$.

В силу экспоненциальной зависимости лазерного усиления мощности от пути, пройденного пучком в активной среде, кванты, не удовлетворяющие условию

$$\frac{\Delta p'_y}{p'} \le \frac{D}{L}, \qquad (12)$$

составляют пренебрежимо малую часть всех, которые появились в процессе лазинга. Это связано с тем, что не удовлетворяющие (12) фотоны проходят меньший путь в активной среде, покидая ее раньше, чем достигнут выходной торец. Поэтому можно пренебречь стационарными состояниями, в которых условие (12) не выполняется, что мы и сделаем. В дальнейшем полагаем (12) выполненным. В силу нормированности $\left|P\right\rangle$ имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|c\left(p'_x p'_y p'_z\right)\right|^2 dp'_x dp'_y dp'_z = 1.$$

Отсюда и из (11, (12) следует, что:

$$-D/L \le \Delta p_y / p \le D/L. \qquad (13)$$

Согласно (13) проекция импульса фотона на ось OY в среднем такова, что угол отклонения от оси OX не превышает

$$\varphi = D/L. \qquad (14)$$

Следовательно, основная часть энергии излучается в угол (1) (при n = 1), что означает возможность пренебрежения дифракционным ограничением (2).

Таким образом, лазерное усиление пучка фотонов, вообще говоря, не обязано сопровождаться существенной дифракционной расходимостью под углом (2). Последняя будет иметь место, разумеется, но основной поток энергии попадет в цель под углом (14).

Однако выше мы предположили, что рассеивание пучка фотонов в активной среде является незначительным. В противном случае дифракция вступит в свои права в полном объеме, и эффективный угол расходимости пучка будет ограничен снизу отношением (2).

Выводы

При определенных условиях лазерной ASE-генерации в рентгеновском диапазоне, снижающих рассеивание фотонов в активной среде до малой доли выхода энергии через ее торец, *эффективный* угол расходимости в пустоте определяется формулой (14), где D – диаметр и L – длина активной среды. Для обеспечения таких условий необходимо понизить плотность среды и повысить уровень ее инверсной населенности. Предварительные оценки показывают, что такие условия обеспечить можно. В следующей статье этот вопрос будет рассмотрен в подробностях.

Список литературы

1. Нильсен Дж. О первых рентгеновских лазерах // Квантовая электроника. 2003. Т. 33, № 1. С. 1-2.

2. Robinson Clarence A. Advance made on high-energy laser // Aviation Week & Space Technology. 1981. P. 25-27.

3. Avrorin E.N., Lykov V.A., Loboda P.A., Politov V. Yu. Review of theoretical works on X-ray laser research performed at RFNC-VNIITF // Laser and Particle Beams. 1997. 15, № 3. P. 3-15.

4. Hafemeister D.W. The feasibility of the X-ray laser pumped with a nuclear explosion // SPIE, Vol. 474 Electro·Culture '84. 1984. P. 100-106.

5. Арбатов А.Г., Васильев А.А., Велихов Е.П. Космическое оружие: дилемма безопасности. М.: Мир, 1986.

6. Rohringer Nina et al. Atomic inner-shell X-ray laser at 1.46 nanometres pumped by an X-ray free-electron laser // Nature. 2012/ 481. P. 488-491.

7. Зотьев Д.Б. Контактные вырождения тензора электромагнитного поля // Вестник МЭИ. 2011. № 2, С. 134-138.

8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория Поля. М.: Физматгиз, 1962.

9. Звелто О. Принципы лазеров. М.: Мир, 1990.

10. Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1960.

11. Гейзенберг В. Физические принципы квантовой теории. Л.-М.: 1932.