Уточненное понятие квантовой запутанности и критика опытов Аспэ

Д.Б. Зотьев, д.ф.-м.н.

Аннотация

В статье анализируется понятие квантовой запутанности. Дано новое физическое определение и доказана его эквивалентность алгебраическому, которое близко к неразложимости запутанных состояний в тензорные произведения. Подвергнута критике парадигма запутанности взаимно удаленных частиц, восходящая к парадоксу ЭПР. Показано, что результаты основополагающих опытов Аспэ могли быть неверно интерпретированы.

§ 1. Квантовая запутанность.

Пусть дан пронумерованный набор из n квантовых частиц. Частица номер s может находиться в одном из состояний $|x^s_{j_s}\rangle$, являющихся собственными для некоторого полного набора коммутирующих наблюдаемых, где $j_s \in \{1, \ldots, N_s\}$ и $s \in \{1, ..., n\}$. Если рассматривать это собрание, как единый квантовый объект, то его состояние можно описать упорядоченным набором $|x^1_{j_1}\rangle \ldots |x^n_{j_n}\rangle = |x^1_{j_1} \ldots x^n_{j_n}\rangle$. Также используется обозначение $|x^1_{j_1}\rangle \otimes \ldots \otimes |x^n_{j_n}\rangle$, которое подразумевает, что всякий тензор

$$|A\rangle = \sum_{j_1,\ldots,j_n} c_{j_1\ldots j_n} \cdot |x^1_{j_1}\rangle \otimes \ldots \otimes |x^n_{j_n}\rangle = \sum_{j_1,\ldots,j_n} c_{j_1\ldots j_n} \cdot |x^1_{j_1} \ldots x^n_{j_n}\rangle \qquad (1)$$

выражает состояние собрания частиц. Но для тождественных бозонов/фермионов должно быть выполнено условие симметрии/антисимметрии тензора (1). С другой стороны ниоткуда не следует, что любой набор из n квантовых систем является объектом с пространством состояний — тензорным произведением пространств систем в наборе. В связи с этим может происходить неосознанный переход от общих состояний $|x^1_{j_1}\rangle \ldots |x^n_{j_n}\rangle$, введенных формально, к произвольным тензорам (1). Последние могут оказаться математическими конструкциями без физического смысла, поэтому вводить тензорные произведения пространств состояний следует осторожно.

Предполагается, что $\langle x^n_{i_n} \dots x^1_{i_1} | x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n} \rangle = \delta_{i_1 j_1} \dots \delta_{i_n j_n}$. Набор индексов $j_1, \dots, j_n$, в котором отсутствует j_k, обозначается $j_1, \dots, \widehat{j_k}, \dots, j_n$.

Определение 1. *Пусть нормированный вектор (1) отвечает квантовому состоянию набора из $n > 1$ частиц. Частицы с номерами k и $l > k$ называются запутанными в состоянии $|A\rangle$, если для хотя бы одной пары индексов i_k, i_l имеет место:*

при $n > 2$

$$\sum_{j_1,\dots,\widehat{j_k},\dots,\widehat{j_l},\dots,j_n} |c_{j_1\dots i_k \dots i_l \dots j_n}|^2 \neq \sum_{j_1,\dots,\widehat{j_k},\dots,j_n} |c_{j_1\dots i_k \dots j_l \dots j_n}|^2 \cdot \sum_{j_1,\dots,\widehat{j_l},\dots,j_n} |c_{j_1\dots j_k \dots i_l \dots j_n}|^2 \ , \qquad (2)$$

при $n = 2$

$$|c_{i_k i_l}|^2 \neq \sum_{j_2} |c_{i_k j_2}|^2 \cdot \sum_{j_1} |c_{j_1 i_l}|^2 \qquad (k = 1,\ l = 2) \ .$$

Не запутанную пару частиц назовем независимой. Если каждая пара частиц является независимой, то набор называется независимым (в состоянии $|A\rangle$).

Заметим, что пары вида $\{a, a\} = \{a\}$ не рассматриваются. Нормированность вектора $|A\rangle$ означает, что $\sum_J |c_{j_1\dots j_n}|^2 = 1$. Физический смысл понятия запутанной пары заключается в том, что измерение состояния одной из частиц влияет на состояние другой. Дадим точную формулировку, эквивалентную определению 1. Пусть A_k и B_l — случайные события, состоящие в том, что при измерении частиц с номерами k и l они окажутся в состояниях $|x^k_{i_k}\rangle$ и $|x^l_{i_l}\rangle$ соответственно. Тогда левая часть (2) равна $P(A_k B_l)$, а правая — $P(A_k)P(B_l)$. Условие (2) означает, что A_k и B_l являются зависимыми событиями. Независимость всех таких событий эквивалентна независимости частиц k и l в состоянии (1).

Предложение 1. *Набор из двух частиц является независимым в состоянии $|A\rangle = \sum_{ij} c_{ij} \cdot |x_i y_j\rangle$ тогда и только тогда, когда для некоторой пары $|V\rangle$ и $|W\rangle$ состояний частиц по отдельности, с точностью до фазовых множителей перед $|x_i y_j\rangle$*

$$\sum_{ij} c_{ij} \cdot |x_i y_j\rangle = |A\rangle = |V\rangle \otimes |W\rangle = \sum_i v_i |x_i\rangle \otimes \sum_j w_j |y_j\rangle. \qquad (3)$$

Доказательство. Состояние $|A\rangle$ можно считать нормированным. Пусть имеет место (3). Тогда $c_{ij} = v_i w_j$ и для любых k, l

$$|c_{kl}|^2 = \sum_j |c_{kj}|^2 \cdot \sum_i |c_{il}|^2 = |v_k|^2 |w_l|^2 \cdot \sum_j |w_j|^2 \cdot \sum_i |v_i|^2 = |c_{kl}|^2 \cdot \sum_{ij} |c_{ij}|^2 = |c_{kl}|^2 \cdot 1.$$

В силу определения 1 частицы независимы.

Обратно, пусть пара частиц является независимой. Тогда для любых k, l имеем $|c_{kl}|^2 = \sum_j |c_{kj}|^2 \cdot \sum_i |c_{il}|^2$. Пусть $|v_k|^2 = \sum_j |c_{kj}|^2$ и $|w_l|^2 = \sum_i |c_{il}|^2$. Числа v_k и w_l определены с точностью до фазовых множителей, которые не влияют на физические состояния $\sum_k v_k|x_k\rangle$ и $\sum_l w_l|y_l\rangle$. Задав их произвольно получим, что $|c_{kl}|^2 = |v_k w_l|^2$. Числа c_{kl} и $v_k w_l$ отличаются фазовыми множителями $e^{i\varphi_{kl}}$. Домножив на них c_{kl}, получим (3). Предложение доказано.

Определение 2. *Пусть набор из $n > 1$ частиц в состоянии (1) разделен на два непустых и непересекающихся подмножества. Будем называть их запутанными между собой, если найдется запутанная пара частиц, взятых по одной из каждого подмножества, иначе назовем их независимыми. Набор частиц называется запутанным, если он не может быть разделен на два независимых подмножества.*

Наличие независимых подмножеств означает, что набор является формальным объединением разделенных и не взаимодействующих систем. Это физически очевидно в силу определения 1 и строго вытекает из следующего утверждения.

Теорема 1. *Пусть набор из $n > 1$ частиц в состоянии (1) разделен на два подмножества. Перенумеруем частицы так, чтобы одно подмножество составляли частицы $1, 2, \dots m$, а другое — частицы $m+1, m+2, \dots, n$. Эти подмножества независимы тогда и только тогда, когда для некоторой пары $|V\rangle$ и $|W\rangle$ их состояний по отдельности, с точностью до фазовых множителей перед $|x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n}\rangle$*

$$\sum_{j_1,\dots,j_n} c_{j_1\dots j_n}|x^1_{j_1}\dots x^n_{j_n}\rangle = \sum_{j_1,\dots,j_m} v_{j_1\dots j_m}|x^1_{j_1}\dots x^m_{j_m}\rangle \otimes \sum_{j_{m+1},\dots,j_n} w_{j_{m+1}\dots j_n}|x^{m+1}_{j_{m+1}}\dots x^n_{j_n}\rangle. \quad (4)$$

Доказательство. Пусть имеет место (4). Проверим независимость частиц с номерами $k \le m$ и $l \ge m+1$. Для произвольных индексов i_k, i_k

$$\sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_k,\dots,\widehat{j}_l,\dots,j_n} |c_{j_1\dots i_k\dots i_l\dots j_n}|^2 = \sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_k,\dots,j_m} |v_{j_1\dots i_k\dots j_m}|^2 \cdot \sum_{j_{m+1},\dots,\widehat{j}_l,\dots,j_n} |w_{j_{m+1}\dots i_l\dots j_n}|^2. \quad (5)$$

$$\sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_k,\dots,j_n} |c_{j_1\dots i_k\dots j_l\dots j_n}|^2 \cdot \sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_l,\dots,j_n} |c_{j_1\dots j_k\dots i_l\dots j_n}|^2 =$$

$$\sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_k,\dots,j_m} |v_{j_1\dots i_k\dots j_m}|^2 \cdot \sum_{j_{m+1},\dots,j_n} |w_{j_{m+1}\dots j_n}|^2 \cdot \sum_{j_1,\dots,j_m} |v_{j_1\dots j_m}|^2 \cdot \sum_{j_{m+1},\dots,\widehat{j}_l,\dots,j_n} |w_{j_{m+1}\dots i_l\dots j_n}|^2 =$$

$$\sum_{j_1,\dots,\widehat{j}_k,\dots,j_m} |v_{j_1\dots i_k\dots j_m}|^2 \cdot \sum_{j_{m+1},\dots,\widehat{j}_l,\dots,j_n} |w_{j_{m+1}\dots i_l\dots j_n}|^2 \cdot \sum_{j_1,\dots,j_n} |c_{j_1\dots j_n}|^2.$$

Поскольку последний множитель равен 1, получена правая часть (5). Согласно определению 1, частицы k и l независимы в состоянии (1).

Предположим теперь, что произвольная пара частиц $k \le m$ и $l \ge m+1$ является независимой в $|A\rangle$. Перенумеруем частицы так, чтобы независимая пара оказалась в начале набора. Вектор его состояния запишем в виде

$$|A\rangle = \sum_{j_3,\dots,j_n} \left(\sum_{j_1,j_2} c_{j_1 j_2 j_3 \dots j_n} \cdot |x^1_{j_1} x^2_{j_2}\rangle \right) \otimes |x^3_{j_3} \dots x^n_{j_n}\rangle$$

Для каждого множества чисел $j_3 \dots j_n$ рассмотрим частицы 1 и 2, как набор в состоянии $\sum_{j_1,j_2} c_{j_1 j_2 j_3 \dots j_n} \cdot |x^1_{j_1} x^2_{j_2}\rangle$. Можно доказать, что он является независимым. Из предложения 1 следует, что $c_{j_1 j_2 j_3 \dots j_n} = \widetilde{v}_{j_1 j_3 \dots j_n} \cdot \widetilde{w}_{j_2 j_3 \dots j_n}$ для всех значений j_1, j_2. Возвращаясь к исходной нумерации частиц, их общее состояние получим в виде

$$|A\rangle = \sum_{j_1,\dots,j_n} v_{j_1 \dots \widehat{j}_l \dots j_n} \cdot w_{j_1 \dots \widehat{j}_k \dots j_n} \cdot |x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n}\rangle. \tag{6}$$

Если найдется еще одна пара частиц из независимых подмножеств, с номерами $r \le m$ и $s \ge m+1$, то аналогично (6) получаем, что $c_{j_1 \dots j_n} = a_{j_1 \dots \widehat{j}_s \dots j_n} \cdot b_{j_1 \dots \widehat{j}_r \dots j_n}$. Поскольку $v_{j_1 \dots \widehat{j}_l \dots j_n} \cdot w_{j_1 \dots \widehat{j}_k \dots j_n} = a_{j_1 \dots \widehat{j}_s \dots j_n} \cdot b_{j_1 \dots \widehat{j}_r \dots j_n}$, то для некоторого $\lambda \ne 0$ имеем

$$\begin{aligned} v_{j_1 \dots \widehat{j}_l \dots j_n} &= \lambda(j_1, \dots, \widehat{j}_l, \dots, j_n) \cdot a_{j_1 \dots \widehat{j}_s \dots j_n} \\ w_{j_1 \dots \widehat{j}_k \dots j_n} &= \lambda^{-1}(j_1, \dots, \widehat{j}_k, \dots, j_n) \cdot b_{j_1 \dots \widehat{j}_r \dots j_n} \end{aligned}$$

Видно, что a не зависит от j_l, и b не зависит от j_k. Таким образом

$$|A\rangle = \sum_{j_1,\dots,j_n} a_{j_1 \dots \widehat{j}_l \dots \widehat{j}_s \dots j_n} \cdot b_{j_1 \dots \widehat{j}_k \dots \widehat{j}_r \dots j_n} \cdot |x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n}\rangle.$$

Взаимный порядок частиц k и r, а также l и s значения не имеет. Продолжение этого процесса приведет к тому, что пар частиц из независимых подмножеств не останется. Очевидно, что так будет получено представление состояния в виде (4). Теорема доказана.

Следствие 1. *Набор из $n > 1$ частиц в состоянии (1) является независимым тогда и только тогда, когда для некоторых векторов $|V_1\rangle, \dots, |V_n\rangle$ состояний частиц по отдельности, с точностью до фазовых множителей перед $|x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n}\rangle$*

$$\sum_{j_1,\dots,j_n} c_{j_1 \dots j_n} |x^1_{j_1} \dots x^n_{j_n}\rangle = \sum_{j_1} v_1^{j_1} |x^1_{j_1}\rangle \otimes \dots \otimes \sum_{j_n} v_n^{j_n} |x^n_{j_n}\rangle. \tag{7}$$

Доказательство. Независимость набора эквивалентна попарной независимости всех частиц. Нетрудно проверить, что независимость пары в исходном наборе влечет ее независимость в любом подмножестве, которое содержит эту пару. Остаток доказательства вытекает из теоремы 1.

Определение 1 запутанного состояния пары частиц близко к тому, которое принято в теории квантовых вычислений. А именно: состояние $|A\rangle = \sum_{ij} c_{ij} \cdot |x_i y_j\rangle$ называется сепарабельным или запутанным в зависимости от того, разложимо оно в тензорное произведение (3) или нет [1]. Из предложения 1 следует, что пара сепарабельных частиц будет независимой в смысле определения 1. Обратное неверно, как видно из примера состояния

$$|0\rangle \otimes |0\rangle + e^{i\varphi} \cdot |0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle \ , \qquad \varphi \neq 2\pi i \ . \tag{8}$$

Если умножить $|0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle$ на $e^{-i\varphi}$, то получим сепарабельное состояние

$$|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle = (|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle + |1\rangle) \ ,$$

поэтому пара частиц в (8) является независимой. Однако, она не является сепарабельной (допуская обратное получим $\varphi = 2\pi i$).

Таким образом, независимое состояние пары частиц может не быть сепарабельным, но станет таковым после умножения векторов $|x_i y_j\rangle$ на некоторые фазовые множители. Поскольку любое преобразование вида

$$|A\rangle = \sum_{kl} c_{kl} \cdot |x_k y_l\rangle \longmapsto \sum_{kl} c_{kl} \cdot e^{i\varphi_{kl}} \cdot |x_k y_l\rangle = |A'\rangle$$

не влияет на физическое состояние системы, понятие независимой пары является более естественным, чем сепарабельной. Согласно парадигме, состояние (8) следует считать запутанным. Однако ясно, что такая запутанность физически бессодержательна. Аналогично: сепарабельный набор из $n > 2$ частиц является независимым (следствие 1), хотя обратное, вообще говоря, неверно. Условие запутанности набора из $n > 2$ частиц является существенно более сильным, чем определение запутанного состояния, как не сепарабельного [1]. В последнем случае, вообще говоря, собрание частиц можно разделить на независимые подмножества (определение 2). Очевидно, что называть такой набор запутанным было бы не совсем корректно.

§ 2. ЭПР – запутанность.

Запутанные состояния естественны для систем, являющихся собраниями квантовых объектов. В дополнение к этому считается, что запутанность возможна для частиц, удаленных друг от друга на расстояния, которые заведомо исключают взаимодействие. Такое состояние будем называть ЭПР - запутанным, т.к. его идея восходит к парадоксу ЭПР. Она привела к результатам, которые настолько противоречат здравому смыслу, что заслужили эпитет квантовая магия. Последняя делает картину Мира более увлекательной, но, как показано ниже, не имеет под собой оснований.

Примером ЭПР – запутанной пары считается синглет электронов на внешней орбитали, которые умозрительно разводят на макроскопическое расстояние, сохраняя запутанное состояние спинов. Но можно ли сделать это без разрушения (декогеренции) совместного состояния, если необходимо оторвать электроны от атома? Закон сохранения момента импульса, сам по себе, не влечет положительный ответ. Возмущение состояния синглета, которое сопровождает ионизацию, переводит каждый электрон в суперпозицию спиновых состояний. Образование запутанной после разлета пары ничем не обусловлено.

ЭПР – запутанность критически важна для квантовых вычислений. Это понятие является теоретической основой для управления отдельными кубитами и организации параллелизма. Свидетельствами запутанности взаимно удаленных частиц считаются нарушения неравенств Белла (J.S. Bell). Такие нарушения действительно наблюдаются, но, как видно из первоисточника [2], это означает одно из двух:

a) у квантовых систем нет скрытых параметров, что отвечает квантовой механике и не связано с запутанностью;

b) скрытые параметры существуют, поэтому измерения одной частицы могут влиять на удаленную другую.

Разумно предположить, что нарушения неравенств Белла влекут за собой a), т.е., квантовая механика не нуждается в интерпретации Бома (D. Bohm [3]). Однако, принято считать эти нарушения свидетельствами ЭПР – запутанности фотонных пар. Данная парадигма сформировалась под влиянием работ Аспэ (A. Aspect) и других ученых, поставивших аналогичные эксперименты. Помимо нарушений неравенств Белла, в них якобы наблюдались корреляции между направлениями поляризации взаимно удаленных фотонов [4]. Будь это так, для опытной проверки ЭПР – запутанности в неравенствах Белла не было бы необходимости.

Данные, полученные в ходе таких экспериментов, сомнений не вызывают. Результаты опытов Аспэ и других были интерпретированы на основе представления о фотонах, как точечных частицах (с оговорками о корпускулярно-волновом дуализме). Оно является ошибочным, т.к. у фотона нет представления Шредингера [5]. В достаточно малом волновом пакете его локализация имеет место, однако поляризация не определена. Неявно предполагаемая возможность поляризации квази-точечного фотона легла в основу ложной интерпретации опытов Аспэ.

В этих экспериментах использовались флуоресцентные источники каскадного излучения, где атомы испускают пары квантов с интервалом $\tau \approx 5$ нс. Считается, что фотоны разлетаются в разные стороны, имея одинаковые направления круговой поляризации — левое или правое равновероятно. Отсюда был сделан вывод о том, что общее состояние Ψ пары фотонов в одном каскаде является запутанным [4]:

$$\begin{gathered} |\Psi\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(|x\rangle \otimes |x\rangle + |y\rangle \otimes |y\rangle\right) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(|R_1\rangle \otimes |R_2\rangle + |L_1\rangle \otimes |L_2\rangle\right), \\ |R_1\rangle = |L_2\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle), \quad |L_1\rangle = |R_2\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle - i|y\rangle). \end{gathered} \tag{9}$$

Состояния $|x\rangle$, $|y\rangle$ отвечают направлениям поляризации вдоль осей координат, состояния $|R_n\rangle$, $|L_n\rangle$ — двум направлениям круговой поляризации кванта n $(n = 1, 2)$.

В интерпретации опытов Аспэ важную роль играет неявное отождествление bra-векторов состояний с векторами поляризации (Джонса), которое связано с интерпретацией волновой функции фотона, как нормированной амплитуды $\mathbf{f}(\mathbf{k})$ Фурье-образа потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ [6]. В соответствии с этим, как принято думать, вектор $|x\rangle \pm i|y\rangle$ задает иное состояние поляризации (круговая) нежели $|x\rangle \pm |y\rangle$ (линейная). На самом деле они отвечают *единому* физическому состоянию $e^{i\alpha} \cdot |x\rangle + e^{i\beta} \cdot |y\rangle$ в том смысле, что, независимо от фазовых множителей, при измерении фотона он с равной вероятностью окажется поляризованным вдоль оси X или Y. При этом векторы поляризации $e^{i\alpha} \cdot \mathbf{e}_x + e^{i\beta} \cdot \mathbf{e}_y$ отвечают состояниям, которые могут давать разные результаты измерений.

Естественно возникает вопрос: какое состояние в терминах bra-векторов отвечает круговой или эллиптической поляризации? Которая, по-существу, не отличается от интерференции двух ортогонально поляризованных волн с равными амплитудами и общим вектором $\mathbf{k}$, сдвинутых по фазе. Они отвечают *одному* фотону, который подвергся двойному лучепреломлению или иному процессу деления волны, связанному с переизлучением. Как известно, фаза фотона не является наблюдаемой величиной. Чтобы описать ее сдвиг следует рассматривать фотон в расширенной системе, включающей источники излучения и/или переизлучения. Следовательно, эллиптическая поляризация является *смешанным* состоянием. В связи с этим уместно процитировать Дирака (P.A.M. Dirac, стр. 25 [5]).

"*...Пусть мы имеем пучок света, состоящий из большого числа фотонов, который расщепляется на две компоненты одинаковой интенсивности. Сделав предположение о том, что интенсивность пучка связана с вероятным числом фотонов, мы получили бы, что в каждую из компонент попала бы половина от общего числа фотонов. Если далее эти две компоненты будут интерферировать, то мы должны* *потребовать, чтобы фотон из одной компоненты мог интерферировать с фотоном в другой компоненте. Иногда эти два фотона уничтожались бы, иногда же они превращались бы в четыре фотона. Это противоречило бы закону сохранения энергии. Новая теория, которая связывает волновую функцию с вероятностями для одного фотона, преодолевает эту трудность, считая, что каждый фотон входит отчасти в каждую из двух компонент. Тогда каждый фотон интерферирует лишь с самим собой. Интерференции между двумя разными фотонами никогда не происходит.*"

Аналогичная мысль звучит в цитате из Гейзенберга, которая касается парадокса ЭПР и имеет отношение к интерпретации опытов Аспэ (W. Heisenberg, стр. 34 [7]).

"В связи с этими рассуждениями здесь должно быть указано на мысленный эксперимент, предложенный Эйнштейном. Вообразим один световой квант, который представлен посредством волнового пакета, построенного из максвеллевских волн и которому, таким образом, приписана известная область пространства и, в смысле соотношений неопределенности, также определенная область частот. Посредством отражения от полупрозрачной пластинки мы можем очевидно легко разложить этот волновой пакет на две части: отраженную и прошедшую. Тогда существует определенная вероятность найти световой квант или в одной, или в другой части волнового пакета. Через достаточно долгое время обе части будут сколько угодно далеко удалены друг от друга. Если теперь посредством опыта будет установлено, что световой квант находится, положим, в отраженной части волнового пакета, то это одновременно даст, что вероятность нахождения светового кванта в другой части равна нулю. Опыт на месте отраженной половины пакета производит тем самым некоторое действие (сведение волнового пакета!) на сколь угодно удаленном расстоянии, где находится другая половина, и легко видеть, что это действие распространяется со сверхсветовой скоростью."

Таким образом, попытки обнаружить ЭПР – запутанные пары фотонов с помощью интерферометра лишены смысла. Допустим, мы разделили световой луч полупрозрачным зеркалом, после чего пропустили один пучок через поляризатор. Согласно парадигме ЭПР, возникают запутанные пары одинаково поляризованных фотонов из двух пучков. Это может быть проверено через интерференцию, но так как интерферировать каждый фотон будет с самим собой, совпадение измеренных в разных местах поляризаций не может быть истолковано, как ЭПР – запутанность.

Опыты Аспэ основаны на подсчете фотонных пар, пропущенных через поляризаторы. Малый интервал между срабатываниями счетчика ~ 5 нс служил признаком регистрации пары фотонов от одного атома. Покажем, что это могло быть подсчетом одиночных квантов, которые достигали двух фотоумножителей в виде волны со сферическим фронтом.

Для состояния с квантовыми числами $J^2 = j(j+1)$ и $J_z = m$, отвечающими оператору момента $\mathbf{J} = (-i[\mathbf{k}, \nabla_{\mathbf{k}}] + \mathbf{s})$, собственная функция $\mathbf{f}(\mathbf{k}) = \mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{k})$ линейно выражается через векторные поля $\mathbf{e}^{(\pm 1)}(\mathbf{k})$, которые задают два направления круговой поляризации при каждом $\mathbf{k}$ [6]. При этом $\mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{k}) = \mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{k}/k) = \mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{n})$. Для электродипольного излучения при $j = 1$ и $m = \pm 1$ (опыт Аспэ), согласно (16,23) [6]

$$\mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{n}) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \left(D^{(j)}_{1m}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}^{(1)}(\mathbf{n}) + D^{(j)}_{-1m}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{e}^{(-1)}(\mathbf{n}) \right), \tag{10}$$

где $\hbar = c = 1$ (релятивистская система единиц), $\mathbf{e}^{(\pm 1)} = \left(\mathbf{e}_\eta \mp i\mathbf{e}_\xi\right)/\sqrt{2}$, орты $\mathbf{e}_\xi(\mathbf{n})$, $\mathbf{e}_\eta(\mathbf{n})$ ортогональны между собой и вектору $\mathbf{n}$ (см. (16,21) [6]). Тогда электрическая компонента поля единичного фотона определяется из уравнения

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\omega^{3/2}}{2\pi i} \int_{|\mathbf{n}|=1} \mathbf{Y}_{1m}(\mathbf{n}) e^{i\omega(\mathbf{nr} - t)} \cdot dS(\mathbf{n}) \ . \tag{11}$$

Из (7,4) [6] следует, что $\mathbf{Y}_{jm}(-\mathbf{n}) = \mathbf{Y}_{jm}(\mathbf{n})$. С учетом этого из (10) получаем:

$$\left(D^{(j)}_{1m} + D^{(j)}_{-1m}\right)\mathbf{e}_\eta(\mathbf{n}) + i\left(D^{(j)}_{-1m} - D^{(j)}_{1m}\right)\mathbf{e}_\xi(\mathbf{n}) = \left(D^{(j)}_{1m} + D^{(j)}_{-1m}\right)\mathbf{e}_\eta(-\mathbf{n}) + i\left(D^{(j)}_{-1m} - D^{(j)}_{1m}\right)\mathbf{e}_\xi(-\mathbf{n})$$

В силу (16,10) [6] справедливо $D^{(j)}_{\lambda m}(-\mathbf{n}) = D^{(j)}_{-\lambda m}(\mathbf{n})$, где $j = 1$ и $\lambda = \pm 1$. Отсюда

$$\mathbf{e}_\xi(-\mathbf{n}) = -\mathbf{e}_\xi(\mathbf{n}) \qquad \mathbf{e}_\eta(-\mathbf{n}) = \mathbf{e}_\eta(\mathbf{n}) \ . \tag{12}$$

В опытах Аспэ запутанными считались пары фотонов, движущихся в противоположных направлениях. Каждый из двух поляризаторов пропускает через себя часть волны (11), которую можно приближенно считать плоской:

$$\mathbf{E}_\pm(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\omega^{3/2}}{2\pi i} \cdot \mathbf{Y}_{1m}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) \cdot e^{i\omega(r-t)} \cdot \Delta S = (A\mathbf{e}_\xi + Bi\mathbf{e}_\eta) \cdot e^{i\omega(r-t)} \tag{13},$$

где знаки $\pm$ отвечают двум направлениям из точки излучения на поляризаторы, ΔS – площадь малого сегмента сферы $|\mathbf{n}| = 1$ вокруг точки $\mathbf{r}/r$, вещественные константы A и B определяются в силу (10).

В силу (11) волновые поверхности фотона являются сферами $|\mathbf{r}| = const \le t$. Из (12) и (13) видно, что эта волна приходит к каждому из двух поляризаторов в одинаковых фазах, хотя и в разные моменты времени в силу различной удаленности от излучателя. При этом угол между вектором $\mathbf{E}$ и осью каждого поляризатора один и тот же для любой волновой поверхности. Поэтому обе волны (13) взаимодействуют с поляризаторами одинаково, будучи "сегментами" волны фотона. Это и создает иллюзию пары частиц, запутанных в поляризациях. Вернемся в гауссову систему единиц.

На сказанное выше можно возразить, что счетчик фотонов срабатывает дважды в среднем через ≈ 5 нс, как и должно быть при излучении каскадов. Однако, время срабатывания фотоумножителя элементарно оценивается ~ 10 нс. В течение этого времени может быть зафиксирован только один фотон. В действительности он является волновым пакетом, который вблизи сферы $|\mathbf{r}| = ct$ описывается волной (11). Если размер пакета $\Delta r \sim 1$ м, что отвечает допплеровскому уширению спектральной линии $\sim 10^{-3}$ Å, то время прохождения через фотоумножитель имеет порядок интервала между фотонами одного каскада. В условиях опытов Аспэ такое уширение было возможно. Таким образом, до срабатывания пары фотоумножителей на первом фотоне второй не мог быть детектирован, а к моменту, когда оба устройства готовы принять второй фотон, его пакет уже прошел. По-видимому, в большинстве случаев пара фотоумножителей фиксировала только один из двух фотонов каждого каскада.

Заметим также, что в рассматриваемом состоянии направление движения фотона не определено. Это видно из (11), а также связано с тем, что импульс и его момент не коммутируют. Следовательно, аналогии с классической механикой, которые используются в качестве причины состояния (9), здесь неуместны. Кроме того, излучение фотона сопровождается возмущением. После него атом окажется не в состоянии с нулевым моментом, а в суперпозиции собственных состояний момента. Таким образом, законы сохранения не влекут запутанное состояние (9) для пары фотонов одного каскада. За время излучения расстояние между ними составит ~ 1 м. Идея о том, что такая пара рождается запутанной, противоречит здравому смыслу. Впрочем, последнее относится ко всей квантовой магии.

Результаты опытов Аспэ имеют интерпретацию, которая не связана с ЭПР – запутанностью. Необходимы более точные оценки, но уже есть основания полагать, что в этих экспериментах запутаные состояния (9) не наблюдались. По-видимому, подобным образом можно объяснить все опыты с т.н. запутанными фотонами [8]. Представления о запутанных состояниях взаимно удаленных частиц, восходящие к парадоксу ЭПР, широко популяризованы и уже считаются частью квантовой механики. Одной из целей данной статьи было показать, что фундамента под этим нет не только в области теории, но и предположительно в экспериментах.

Список литературы

[1] P. Zanardi. Quantum Entanglement in Fermionic Lattices // Physical Review A, Vol. 65, 042101, (2002).

[2] J. S. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox // Physics 1, pp. 195 – 200, (1964).

[3] D. Bohm, A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I // Physical Review, v. 85, pp. 166 - 179, (1952).

[4] A. Aspect. Bell's theorem: the naive view of an experimentalist, in Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information, 2002, R. A. Bertlmann and A. Zeilinger, Springer.

[5] П.А.М. Дирак. Принципы квантовой механики, 1960, Москва: Физматгиз (перевод английского издания P.A.M. Dirac. The principles of quantum mechanics, 1958, Oxford: Clarendon press), 1932).

[6] В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика, Москва: Наука, 1989.

[7] В. Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории, Москва: ГТТИ (перевод немецкого издания W. Heisenberg: Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie, 1930, Leipzig).

[8] T. Inagaki, N. Matsuda, O. Tadanaga, M. Asobe, H. Takesue. Entanglement distribution over 300 km of fiber // Optics Express, v. 21, Issue 20, pp. 23241 - 23249 (2013).